DKD FA Messunsicherheit,
Braunschweig 23. Nov. 2021

Kann einem Messbereich eine Messunsicherheit zugeordnet werden?

Bernd Pesch, Pesch Consult

Link zum Vortrag: https://pesch-consult.de/page15.html

Die korrekte Antwort ist:
Jein

Link zum Vortrag: https://pesch-consult.de/page15.html

Definitionen nach JCGM 200 („VIM“)

Messung: Prozess, bei dem einer oder mehrere Größenwerte, die vernünftigerweise einer Größe zugewiesen werden können, experimentell ermittelt werden.

JCGM 200:2021, Pkt. 2.1

Messgröße: Größe, die gemessen werden soll.

JCGM 200:2021, Pkt. 2.3

Messergebnis: Menge von Größenwerten die einer Messgröße zugewiesen sind, zusammen mit jeglicher verfügbarer Information.

JCGM 200:2021, Pkt. 2.9

Messunsicherheit: Nichtnegativer Parameter, der die Streuung der Werte kennzeichnet, die der Messgröße auf der Grundlage der benutzten Information beigeordnet ist.

JCGM 200:2021, Pkt. 2.26

Gibt es vielleicht doch eine Messunsicherheit für Bereiche?

Darstellung der Messgröße Kraft als Polynom im Kalibrierschein

Bei Kraftmessungen wird oft ein kubisches Ausgleichspolynom nach ISO 376:2011 <u>ohne</u> Darstellung der erweiterten Messunsicherheit angegeben.

Die Interpolationsgleichung wurde nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate aus den Mittelwerten in verschiedenen Einbaulagen ermittelt und lautet wie folgt:

The interpolation equation was calculated using the least squares method and is based on the average values in rotated mounting positions. The equation is as follows:

$$Y3 = A \cdot X^3 + B \cdot X^2 + C \cdot X \qquad (X \text{ in kN})$$

$A = 8{,}1E\text{-}007 \qquad B = -2{,}17E\text{-}005 \qquad C = -0{,}199834$

Tabelle 6 Anzeigewerte aufgrund der Interpolationsgleichung in mV/V (Y3) — Zugkraft

table 6 Readings based on the interpolation equation in mV/V (Y3) — Tension

Kraft in kN / *Force X*	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0										
1	-0,199855	-0,219843	-0,239831	-0,259819	-0,279808	-0,299797	-0,3197[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
2	-0,399748	-0,419740	-0,439731	-0,459723	-0,479715	-0,499708	-0,5197[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3	-0,599675	-0,619670	-0,639664	-0,659659	-0,679655	-0,699650	-0,7196[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Messgröße

Messergebnis ohne MU

Quelle: anonym, „DAkkS-akkreditiert"

Betrachtung einer Messgröße (Beispiel)

Eine Messgröße muss kein Skalar sein. Sie kann mehrdimensional sein:

$$y(x) = a_0 \cdot x^0 + a_1 \cdot x^1 + \cdots + a_n \cdot x^n = \sum_{i=0}^{n} a_n \cdot x^n$$

Die Elemente a_n bilden die Elemente des vektoriellen Messergebnisses „Koeffizienten des Ausgleichspolynom eines Messbereichs“:

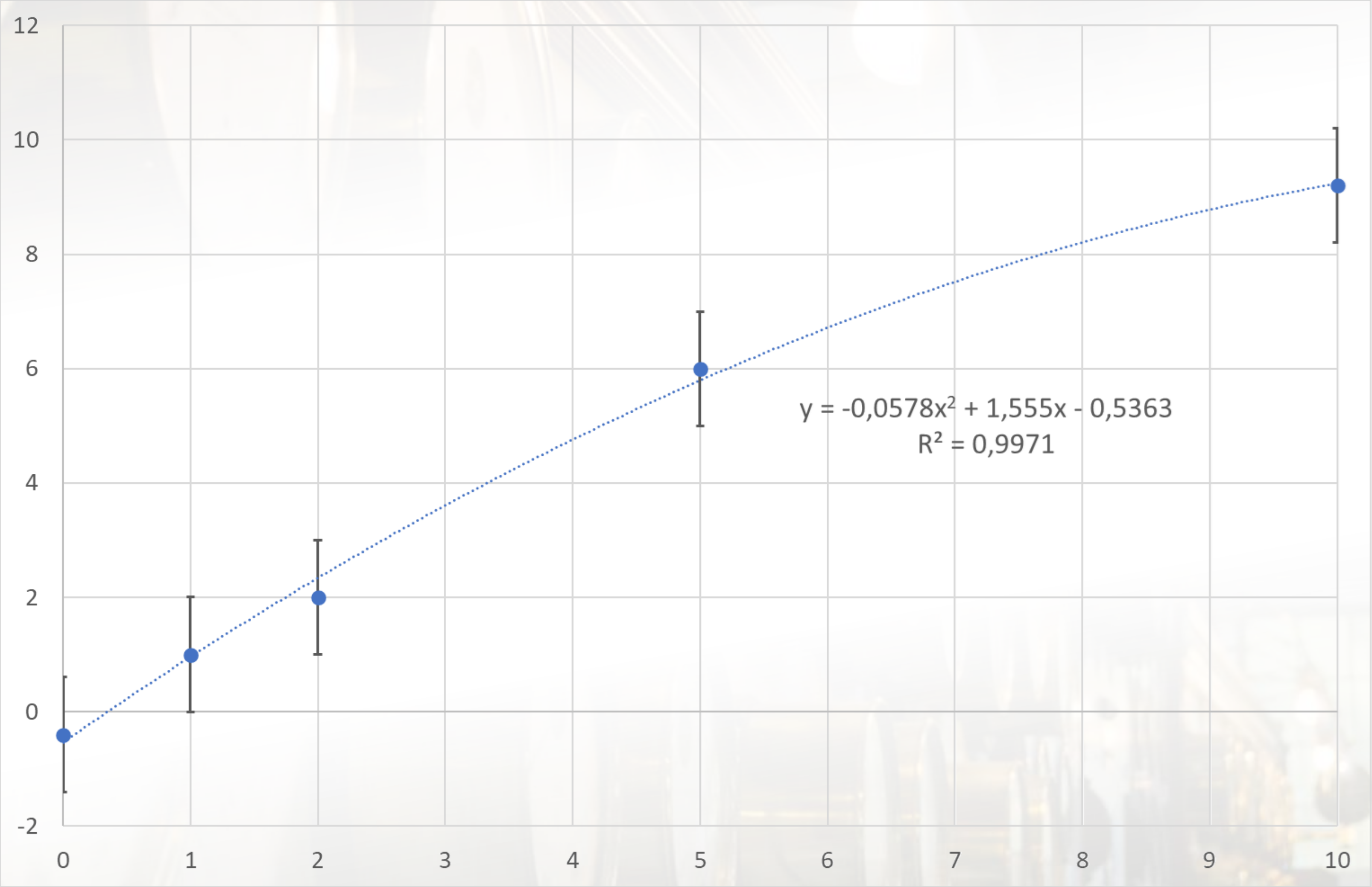
$$\begin{pmatrix} a_0 & \ldots & a_n \end{pmatrix}$$

Dem Messergebnis ist nach DIN EN ISO/IEC 17025:2018, Pkt. 7.6 eine Messunsicherheit zuzuordnen!

Ein Polynom als Messgröße

Messwerte und Ermittlung eines Ausgleichspolynoms

(oder einer anderen beliebigen „Best Fit“ Kurve)



Die Komponenten der Messgröße

Definition der Messgröße

$$y(x) = \sum_{i=0}^{n} a_n \cdot x^n$$

Messergebnis

$$\bar{a} = \begin{pmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

Erweiterte Messunsicherheit

$$U_{\bar{a}} = \left(\begin{bmatrix} U(a_1, a_1) & \cdots & U(a_1, a_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U(a_n, a_1) & \cdots & U(a_n, a_n) \end{bmatrix} \right)$$

Vereinfachung

Betrachtung der linearen Approximation

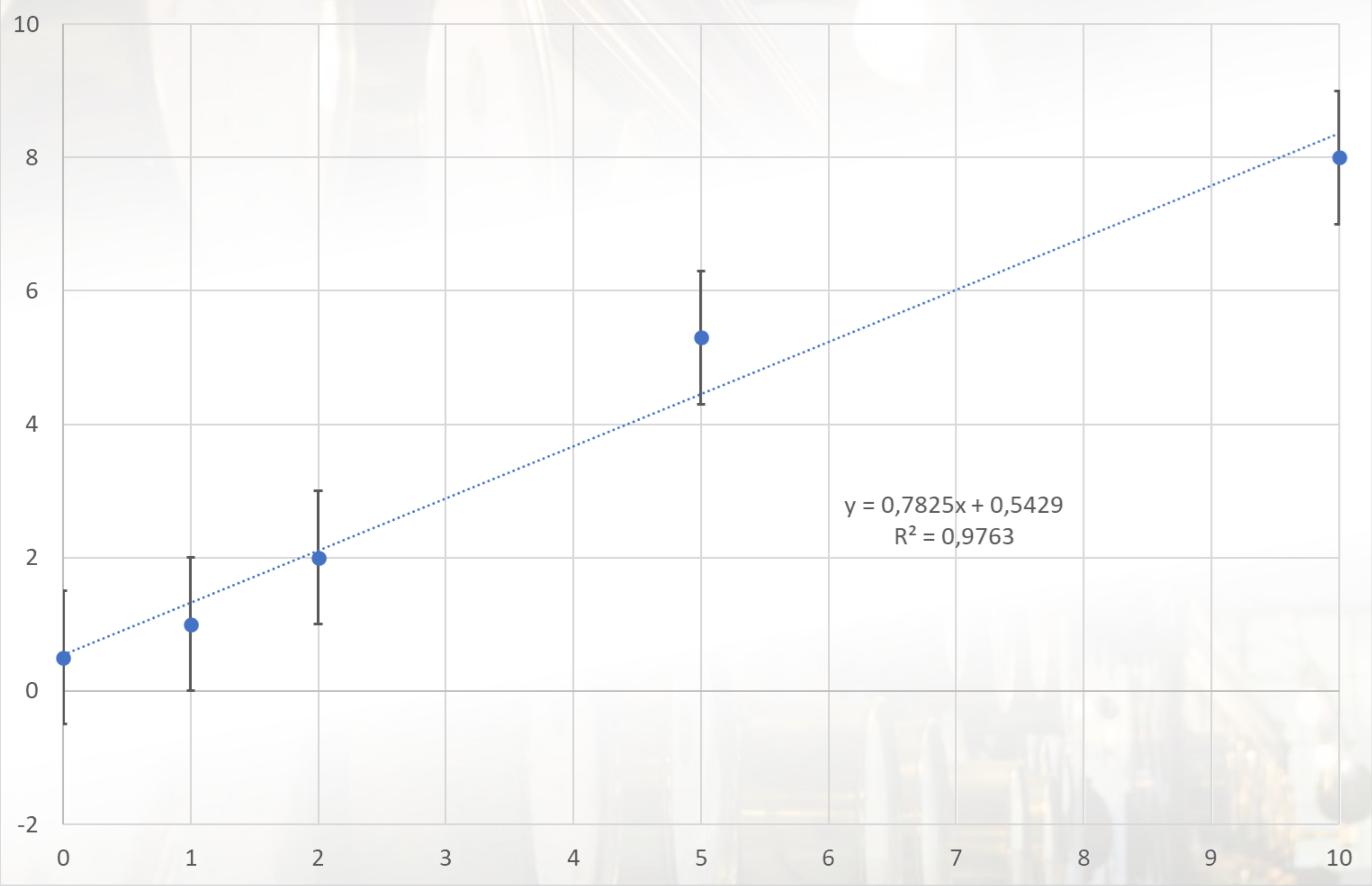
Vereinfachte Beschreibung

Falls eine lineare Approximation eines Messbereichs ausreichend ist, kann eine Geradengleichung als Messgröße betrachtet werden:

$$y = a \cdot x + b$$

a und b sind Bestandteile des Messergebnisses (a, b).

Eine skalare Lösung ist möglich und sinnvoll.



Bestimmung der Koeffizienten

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = r_{xy} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y$$

$$a = \bar{y} - b \cdot \bar{x}$$

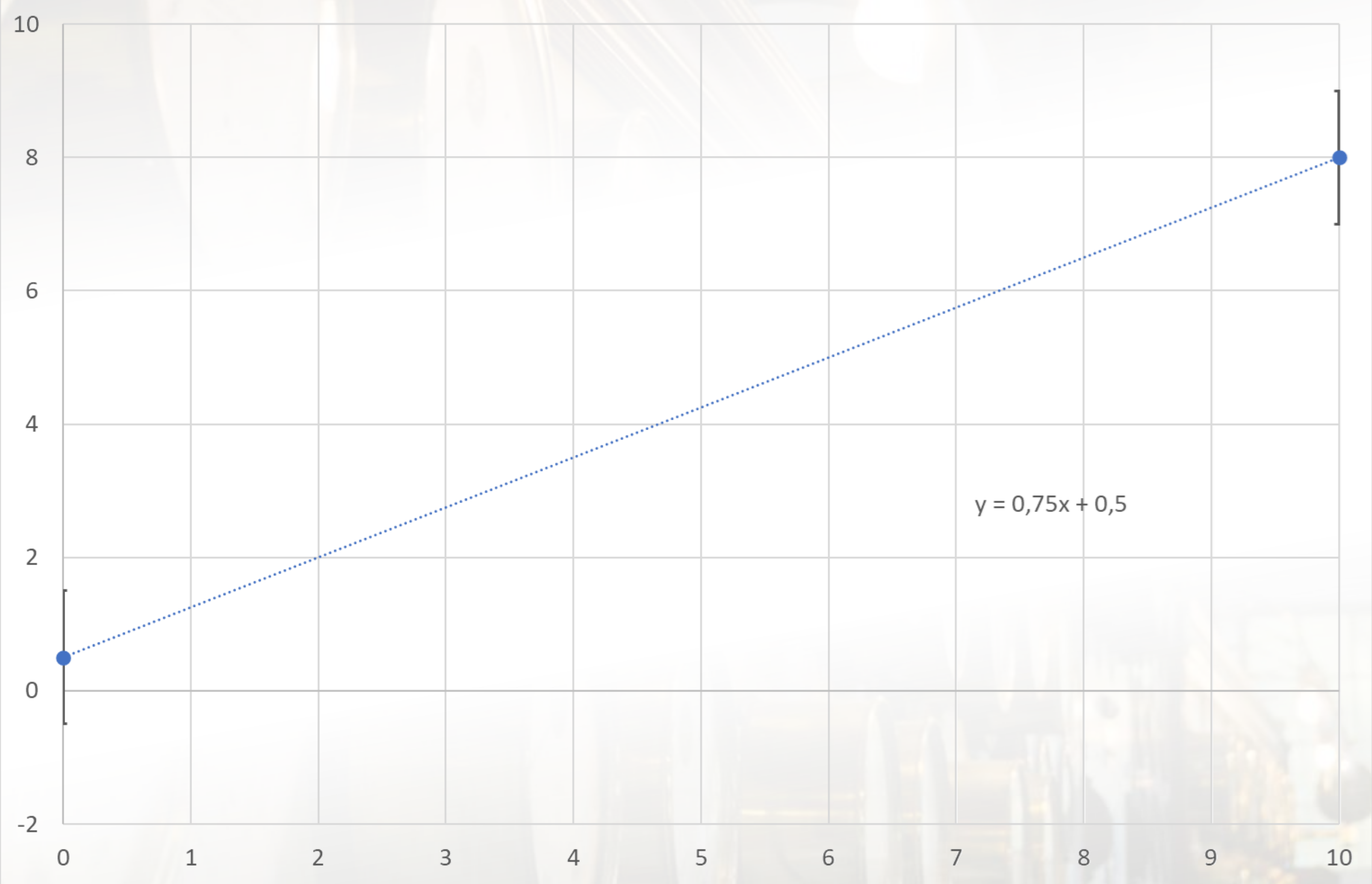
Die x_i -Werte können (üblicherweise) als Vorgabewerte unsicherheitsfrei angenommen werden.

Die Werte y_i und $\bar{y}$ sind Träger von Unsicherheitseinflüssen (Unsicherheiten der Einzelmessungen).

Weitere Vereinfachung

Ausgehend von zwei Ablesungen im Mesbereich (x_1, y_1) und (x_2, y_2) wird (a, b) bestimmt.

Dr. Frieling hatte hierzu bereits 2008 einen Vortrag auf dem 240. PTB Seminar (7. Mai 2008) gehalten.



Bestimmung der Koeffizienten

Die x_i -Werte können (üblicherweise) als unsicherheitsfrei angenommen werden.

Die Werte y_i haben üblicherweise individuelle, korrelierte Unsicherheitseinflüsse. Die Korrelationen können zu maßgeblichen Reduktionen der Messunsicherheit führen.

Beide Gleichungen können als Modellgleichungen übernommen werden und liefern lineare Modellierungen für das GUM.

Bei jeder Bereichsbetrachtung ist ein zusätzlicher MU-Beitrag zu berücksichtigen.

$$a = \frac{1}{x_2 - x_1} \cdot (y_2 - y_1)$$

$$b = \frac{-x_1}{x_2 - x_1} \cdot y_2 + \left(\frac{-x_1}{x_2 - x_1} + 1 \right) \cdot y_1$$

siehe auch: JCGM 102:2009

Forderungen für die Anwendung

Die Messgröße muss eindeutig beschreibbar sein

- Verfahrensbeschreibung (mathematisch, sachlich), Kalibrierschein, CMC-Liste

Das Verfahren muss validierbar sein

Die Darstellungen und Verfahren dürfen 17025-Anforderungen nicht widersprechen

Das Verfahren muss akkreditierbar sein

Die Welt besteht aus Atomen und Leere. Durch geschickte Kombination entsteht ein Kalibrierlabor.

Herzlichen Dank und viel Vergnügen beim „Modellieren“

www.Pesch-Consult.de, Kontakt@Pesch-Consult.de